

Terminale

Exercice 2 : (8 points)

On considère la fonction f , de courbe représentative C_f , définie par :

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$$

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

- 1) Etudier les limites de la fonction g en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2) Dresser le tableau de variations de la fonction g .
- 3) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution réelle α .
- 4) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-3} de α .
- 5) En déduire le signe de la fonction g .

Partie B : Etude de la fonction f

- 1) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition D , à déterminer.
- 2) Montrer que, pour tout réel $x \in D$, $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$
- 3) En déduire le tableau de variations de la fonction f .
- 4) Calculer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction $f(x) - x$.
Que pouvez en déduire sur le comportement de C_f en l'infini ?